

## Näidisülesandeid

1. Auto sõitis Tallinnast Tartusse, vahemaa on 200 km. Esimesel 100 km-l oli kiirus  $50 \text{ km h}^{-1}$ , siis aga  $100 \text{ km h}^{-1}$ .

Missugune oli liikumise keskmine kiirus?

Kui kiirus oleks olnud ühtlane, siis oleks asi lihtne:  $v=s/t$ .

Ebaühtlase kiiruse puhul aga tuleb kõigepealt leida teel oldud aeg:  $t = 100/50 + 100/100 = 2 + 1 = 3\text{h}$  ja alles siis same läbitud tee pikkuse kaudu arvutada keskmise kiiruse:  $v = 200/3 = 66.67 \text{ km/h}$ .

Kiirus ei keskmistu mitte läbitud teepikkuse, vaid teel oldud aja kaudu.

Milline on keskmine kiirus ühikutes m/s?

$$v(\text{m/s})=v(\text{km/h})/3.6$$

Variatsioon: **Kuidas leida läbitud teed teades kiirust üksikutel raja/ajalõikudel?**

$$s_i = v_i t_i$$

$$S = \sum_i s_i = \sum_i v_i t_i \rightarrow \int v(t) dt$$

2. Paadiga tuli mööda jõge ära käia naaberkülas, mis asetses 5 km allavoolu. Sõudja suudab seisva vee suhtes hoida kiirust  $5 \text{ km h}^{-1}$ , voolu kiirus aga on  $3 \text{ km h}^{-1}$ .

Kui kaua aega oli sõudja teel?

Kiirus on vektor, millel on suurus (väärtus) ja suund.

Sinna sõideti kiirusega  $5+3 = 8 \text{ km/h}$ , aega kulus  $5/8 = 0.625 \text{ h}$ .

Tagasi sõideti kiirusega  $5-3=2 \text{ km/h}$ , aega kulus  $5/2 = 2.5 \text{ h}$ .

Kokku oldi teel  $3.125 \text{ h} = 3\text{h } 7 \text{ min } 30 \text{ s}$  (arvutada ka minutid ja sekundid).

**Kui kaua oleks sõudja teel, kui voolu kiirus oleks  $5 \text{ km/h}$ ?**

Ei saabuiski tagasi.

**3. Kui kõrge on torn, kui sellelt kukkuv kivi langeb 3 s (õhutakistust ei pea arvestama)?**

Valem:  $s = \frac{gt^2}{2} = \frac{9.8 \cdot 3^2}{2} = 44.1$  m. See on umbes 15-korruselise maja kõrgus.

Kiirendusega liikudes läbitud teepikkus suureneb võrdeliselt aja ruuduga.

**4. Tütarlapselt korvi saanud noormees hüppas 300 m kõrguse pilvelõhkuja katusele alla.**

**Kui kaua oli tal aega oma tegu kahetseda?**

$$\text{Valem } t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300}{9.81}} = 7.82 \text{ s}$$

Kukkumise aeg pikeneb võrdeliselt ruutjuurega läbitud teepikkusest.

**Kui suur oli keha kiirus maaga kokkupõrkel?**

$$mgh = mv^2 / 2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 300} = 76.7 \text{ m/s} = 276 \text{ km/h}$$

**5. Purskkaevu düüsi, millest vesi väljub, ristlõige on 1 cm<sup>2</sup>.**

**Mitu liitrit sekundis peab olema pumba jõudlus, kui soovitakse, et vesi purskub 20 m kõrgusele?**

Veejoa algkiiruse arvutame pöördtehtest, kui suur oleks lõppkiirus kui vesi kukuks 20 m kõrguselt:

$$s = \frac{at^2}{2}; v = at$$

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 20} = 19.8 \text{ m/s}$$

Kui 1 cm<sup>2</sup> düüsist väljub vesi kiirusega 19.8 m s<sup>-1</sup> = 1980 cm s<sup>-1</sup>, siis peab pumba jõudlus olema 1980 cm<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> = 1.98 l s<sup>-1</sup>.

**Kui suur peab olema selles ülesandes töötava pumba poolt avaldatav rõhk?**

Rõhu arvutame kui veesamba kaalu aluse pinnauhiku kohta:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho Vg}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = 19.8 \text{ m (samba kõrgus)} \times 1000 \text{ (kg m}^{-3} \text{, vee tihedus)} \times 9.8 \text{ (raskuskiirendus)} = 194040 \text{ Pa} = 1.965 \text{ atm.}$$

## 6. Tsentrifugaalpumba rootori diameeter on 20 cm.

Missugune peab olema pöörlemissagedus, et vesi purskuks 20 m kõrgusele?

Et vesi tõuseks 20 m kõrgusele, peab juga väljuma düüsist algkiirusega  $19.8 \text{ m s}^{-1}$  (vt. eelmine ülesanne).

Ringliikumise joonkiirus  $v = 2\pi r \cdot n$ , kus  $n$  on pöörlemissagedus (täispöörete arv ajaühikus).

$$\text{Siit } n = \frac{v}{2\pi r} = \frac{19.8}{2\pi \cdot 0.1} = 31.5 \text{ pöret s}^{-1} = 31.5 \times 60 = 1890 \text{ pöret min}^{-1}.$$

Võrdluseks: Elektrimootorite pöörlemissagedus on kas 1500 või 3000 pöret min (määratud võrgusagedusega), automootoritel vahemikus 500 kuni 5000 pöret min<sup>-1</sup>.

## 7. Tsentrifuugi rootor teeb 10000 pöret minutis ja rootori diameeter on 20 cm.

Mitme  $g$ -ga tsentrifuugitakse?

$$10000 \text{ pöret min} = 10000/60 \cdot 2\pi = 1047 \text{ radiaani s}^{-1}$$

$$\text{Tsentrifugaalkiirenduse valem: } a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = 1047^2 \cdot 0.1 = 109621 \text{ m s}^{-2}$$

$$109621/9.81 = 11174 \text{ g.}$$

Inimene kannatab lühiajaliselt kuni 30 g.

## 8. Püssikuul väljub torust algkiirusega $1000 \text{ m s}^{-1}$ .

Kui kõrgele see tõuseb kui tulistada vertikaalselt üles (õhutakistust mitte arvestades)?

Lahendame pöördvõttega: kui kõrgelt peaks kuul kukkuma, et lõppkiirus oleks  $1000 \text{ m s}^{-1}$ ?

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \text{ kust } h = \frac{v^2}{2g} = \frac{1000^2}{2 \cdot 9.81} = 50968 \text{ m.}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Püssikuulid ei lenda kaugeltki nii kõrgele, seega õhutakistus, mida siin ei arvestatud, on väga oluline.

**9. Õhu molekulid liiguvad maapinna lähedal keskmise kiirusega  $400 \text{ m s}^{-1}$ .**

**Kui kõrgele lendaks vertikaalselt üles liikuv molekul kui teised molekulid teda ei takistaks?**

Jällegi lahendame pöördvõttega: kui kõrgelt peaks molekul kukkuma, et lõppkiirus oleks  $400 \text{ m s}^{-1}$  ?

$$v = \sqrt{2as}, \text{ kust } s = \frac{v^2}{2a} = \frac{400^2}{2 \cdot 9.81} = 8155 \text{ m.}$$

Tõepoolest, suurem osa õhu molekulid asuvad madalamal kui 8 km, aga mõned omavad sedavõrd suurt algkiirust, et võiksid tõusta ka 100 või 200 km kõrgusele. Molekulide kiiruse jaotus maapinnal on seotud atmosfääri tiheduse jaotusega kõrguses.

**10. Kaugushüppaja on äratõukemomendiks saavutanud hoojooksu kiiruse  $10 \text{ m s}^{-1}$ .**

**Kui kõrgele peab ta hüppama, et maanduda 8 m kaugusel?**

Siin on tegemist kiiruste sõltumatusena erinevate koordinaatide suhtes.

Tuleb leida, kui kõrgele tuleb hüppata, et püsida õhus 0.8 s, sest just selle aja jooksul liigub hüppaja horisontaalsuunas 8 m. Kuna tõus ja langus on sümmeetrilised, siis kumbki kestab 0.4 s. Seega, kui kõrgelt kukkudes kehtaks lend 0.4 s? Valem:

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{9.81 \cdot 0.4^2}{2} = 0.78 \text{ m}$$

**11. Haamriga, mille mass on 1 kg ja mis naelapea tabamise hetkel liigub kiirusega  $5 \text{ m s}^{-1}$  lüüakse naela. Haamer peatub naelapeal 0.01 s jooksul.**

**Kui suur on jõud, mille toimele nael puusse läheb?**

Impulsi muutuse valem  $m\Delta v = f\Delta t$ , kust  $f = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 \cdot 5}{0.01} = 500N = 50.97 \text{ kG}$  (jõu kilogrammi).

**Kui suur on rõhk, mida nael pinnale avaldab arvestades, et ümmarguse naela otsa läbimõõt on 100 mikromeetrit ?**

$$p = \frac{F}{\pi d^2 / 4}$$

**12. Auto esiosa on projekteeritud kortsu minema jõu toimel, mille suurus on 50 tonni. Auto mass on 2 tonni, kokkupõrge toimub kiirusel 100 km h<sup>-1</sup>.**

**Kui pikalt deformeerub auto esiosa?**

Kõigepealt teisendame andmed SI süsteemi: Jõud 50 tonni = 50000\*9.81=490500N

Mass 2 tonni = 2000 kg

100 km/h = 100\*1000/3600 = 27.8 m s<sup>-1</sup>

Impulsi muutuse valem  $m\Delta v = f\Delta t$  annab meile aja, mille jooksul auto peatub:

$$\Delta t = \frac{m\Delta v}{f} = \frac{2000 \cdot 27.8}{490500} = 0.11 \text{ s.}$$

Läbitud teepikkus oleks  $s = \frac{a\Delta t^2}{2} = \frac{\Delta v\Delta t^2}{2\Delta t} = \frac{\Delta v\Delta t}{2} = \frac{27.8 \cdot 0.11}{2} = 1.53 \text{ m}$ , teiste sõnadega, keskmine sõiduauto pressitakse poole lühemaks.

**Kui suur jõud mõjub reisijale massiga 80 kg kokkupõrke ajal?**

Kokkupõrke ajal on (negatiivne) kiirendus  $a = -\frac{\Delta v}{\Delta t} = -27.8/0.11 = -252.7 \text{ ms}^{-2}$ ,

mis on 252.7/9.81 = 25.8 korda suurem Maa raskuskiirendusest.

$$F = ma = 80 \cdot 252.7 = 20216N.$$

Seetõttu 80 kg reisija kaaluks 25.8 korda rohkem ehk 80\*9.81 = 785 N asemel 20216 N.

**13. Elektron asetseb tuumast 4 A kaugusel. Elektroni laeng on  $e = 1.601 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , mass  $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , elektriline konstant  $k_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .**

## Kui suur on elektriline tõmbejõud tuuma suunas?

Elektrivälja laengule mõjuva jõu valem:

$$f = k_e \frac{e_1 e_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1.601 \cdot 10^{-19})^2}{(4 \cdot 10^{-10})^2} = \frac{2.56 \cdot 10^{-38}}{16 \cdot 10^{-20}} = 9 \cdot 10^9 \cdot 0.16 \cdot 10^{-18} = 1.44 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

## Mitu tiiru sekundis peab elektron tegema, et klassikalise teooria järgi mitte tuumale langeda?

Tasakaalu tingimus on, et elektriline kesktõmbejõud on võrdne inertsjõuga (kesktõukejõuga).

Kesktõukejõu valem on  $f = m\omega^2 r$ , kust

$$\omega = \sqrt{\frac{f}{mr}} = \sqrt{\frac{1.44 \cdot 10^{-9}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^{-10}}} = \sqrt{3.96 \cdot 10^{30}} = 1.99 \cdot 10^{15} \text{ radiaanid s}^{-1} = 3.17 \cdot 10^{14} \text{ tiiru s}^{-1}.$$

## 14. Kui kaugel Maa keskpunktist asub geostatsionaarne orbiit (niisugune, mille puhul kaasläse ja Maa tiirlemiskiirused on võrdsed, see, kus asuvad televisioonisatelliidid)? Gravitatsioonikonstant on $k_g = 6.685 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

Maa keskpunktist lähtuva orbiidi raadiuse arvutame tingimusest, et

$$\text{gravitatsioonijõud} = \text{kesktõukejõud: } m\omega^2 r = \frac{k_g M_m m}{r^2}.$$

Siin  $m$  on satelliidi mass, aga see taandub välja, st. orbiit ei sõltu satelliidi

$$\text{massist: } r^3 = \frac{k_g M_m}{\omega^2}.$$

Tiirlemissagedus üks ring 24 tunni jooksul  $\omega = 2\pi / (24 \cdot 3600) = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$ .

$$r^3 = \frac{6.685 \cdot 10^{-11} \cdot 5.939 \cdot 10^{24}}{(7.27 \cdot 10^{-5})^2} = \frac{39.7 \cdot 10^{13}}{52.8 \cdot 10^{-10}} = 0.075 \cdot 10^{24}$$

$$r = \sqrt[3]{0.075 \cdot 10^{24}} = 0.42 \cdot 10^8 \text{ m} = 42000 \text{ km}$$

## Kui kõrgel on see Maa pinnast?

Maa raadius. Kui ei tea, siis ümbermõõt on 40000 km =  $4 \cdot 10^7$  m ja raadius  $6.36 \cdot 10^6$  m. Seega  $42000 - 6360 = 35640$  km Maa pinnast.

**Leidke Maa mass teades raskuskiirendust Maa pinnal.**

Maa massi arvutame, teades, et Maa pinnal (raadiuse kaugusel keskpunktist) keha massiga 1 kg kaaub 9.81 N

$$F = mg = k_G \frac{mM_M}{r_M^2}, \text{ kust } M_m = \frac{9.81 \cdot 40.45 \cdot 10^{12}}{6.681 \cdot 10^{-11}} = 5.939 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_M = \frac{gr_M^2}{k_G}$$

**15. Mees lükkab käima autot massiga 2 t kuni see saavutab kiiruse 10 km h<sup>-1</sup>.**

**Kui palju tööd ta tegi?**

Tehtud töö võrdub lõpuks saavutatud kineetilise energiaga:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{2000 \cdot 2.78^2}{2} = 7728 \text{ J}$$

**16. Keemilises reaktsioonis läheb elektron orbiidilt raadiusega 4 A üle uuele orbiidile raadiusega 5 A. Elektroni laeng on  $e = 1.601 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , mass  $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , elektriline konstant  $k_e = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .**

**Kui suur on niisuguse reaktsiooni keemilise energia muutus mooli kohta?**

Tuuma ümber tiirleva elektroni koguenergia:

$$E = E_k + E_p = -\frac{k_e e^2}{r} + \frac{k_e e^2}{2r} = -\frac{k_e e^2}{2r}$$

$$\Delta E = N_a \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (1.601 \cdot 10^{-19})^2 \left( \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-10}} - \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}} \right) = N_a \cdot 2.307 \cdot 10^{-28} (1.25 \cdot 10^9 - 1 \cdot 10^9) =$$

$$N_a \cdot 5.768 \cdot 10^{-20} = 3.478 \cdot 10^4 \text{ J} = 34.78 \text{ kJ}$$

**Kas seejuures energiat vabanes või neeldus?**

Neeldus.

**17. ATP hüdrolyüsil (e vee toimel lagunemisel) vabaneb 35 kJ mol<sup>-1</sup>. ADP molekulmass on 410, fosforhappe jäägil aga 96.**

**Kui kõrgele lendaks vabanenud ADP kui kogu energia kasutatakse liikumiseks (kineetiliseks energiaks)?**



$$E = mgh$$

$$h_{ADP} = \frac{35000}{0.41 \cdot 9.81} = 8700\text{m}$$

**Kui kõrgele lendaks fosforhape jääk kui molekul oleks orienteeritud vastupidiselt eelmisele näitele?**

$$h_{Pi} = \frac{35000}{0.096 \cdot 9.81} = 37000\text{m}$$

**18. Kõrgushüppaja massiga 80 kg hüppab üle 2.4 m kõrguse lati. Tema raskuskese enne hüpet asub 1.4 m kõrgusel.**

**Mitu mooli ATP tuleb hüppel hüdrolüüsida, kui lihaste mehaaniline kasutegur on 20% ja ATP hüdrolüüsienergia on 35 kJ mol<sup>-1</sup>?**

$$E = mgh$$

$$h = h_{latt} - h_{raskuskese}$$

$$E = E_{hüpe} / \text{kasutegur}$$

$$80 \cdot 9.81 \cdot 1 = n \cdot 35000 \cdot 0.2$$

$$n = \frac{80 \cdot 9.81 \cdot 1}{35000 \cdot 0.2} = 0.112 \text{ mooli}$$

**19. Jaaniussike helendab siniselt (kvandi energia on umbes 3 eV).**

**Mitme ATP molekuli lagunemisel vabanevast keemilisest energiast jätkuks sellise kvandi kiirgamiseks?**

**ATP hüdrolüüsil vabaneb 35 kJ mol<sup>-1</sup>.**

1 mooli siniste kvantide energia võrdub 3\*96.5=290 kJ mol<sup>-1</sup>.

Seega võrdub sinine kvant 290/35=8.3 ATP molekuli lagunemisel tekkiva energiaga.

**20. Fotosünteesis kulub ühe CO<sub>2</sub> sidumiseks 10 punast kvanti (kvandi energia 1.8 eV). Kilogrammi puidu põlemisel saadakse soojust 3500 kcal.**

Puit on fotosünteesi käigus tekkinud süsivesik nCH<sub>2</sub>O molekulmassiga n\* 30.

**Kui suur on fotosünteesi energeetiline kasutegur võttes n=1?**



CO<sub>2</sub> sidumiseks kulub energiat =  $10 \cdot 1.8 \cdot 96.5 = 1737$  kJ/mol.

1 kg =  $1000/30 = 33.3$  mooli puidu põlemisel eraldub  $3500/33.3 = 105$  kcal/mol =  $105 \cdot 4.18 = 439$  kJ/mol energiat.

Fotosünteesi energeetiline kasutegur on seega  $439/1737 = 0.253 = 25.3\%$

## **21. Üks liiter vett soojendatakse 1000 W keeduspiraali abil.**

**Kui kaua aega kulub vee keema minekuni kui algtemperatuur oli 10 °C?**

Vee (eri)soojusmahtuvus (energia, mis kulub ühikulise massi aine temperatuuri tõstmiseks ühe kraadi võrra) on  $1 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} = 4.18 \text{ J g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Keemiseni soojendamiseks on vee temperatuuri vaja tõsta  $100 - 10 = 90$  °C võrra.

1 l vett on 1000 g, järelikult soojusenergiat kulub  $1000 \cdot 90 \cdot 4.18 = 376200$  J.

Spiraal võimsusega 1000 W eraldab  $1000 \text{ J s}^{-1}$ .

Keema-ajamiseks vajalik aeg on siis  $376200/1000 = 376.2 \text{ s} = 6 \text{ min } 16 \text{ s}$ .

## **22. Päikese spektris on kvandi keskmine energia 2.2 eV ja kvante langeb 2000 $\mu\text{mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .**

**Kui suur on päikesekiirguse võimsus ühikutes W/m<sup>2</sup>?**

Võimsuse arvutamiseks tuleb kvantide voo energia ümber arvutada wattidesse. Aluseks võtame selle, et 1 mool elektrone läbides potentsiaalide vahe 1 V vabastab/kulutab 96.5 kJ energiat.

$$2.2 \times 96500 \times 2000 \times 10^{-6} = 425 \text{ W/m}^2$$

## **23. Vesiniku aatomis on madalaima energiatasemega elektroni ionisatsioonenergia 13.6 eV.**

**Kui suur oleks see O aatomis, kui elektronide omavahelisi mõjusid mitte arvestada?**

Tõmbejõud kasvab võrdeliselt tuumalaengu suurenemisega.

O aatomis on 8 prootonit, järelikult oleks ionisatsioonenergia  $8 \times 13.6 = 108.8$  eV

**Avalda see ühikutes kJ/mol.**

$$108.8 \cdot 96.5$$

**24. Võtame kuiva puidu põlemissoojuseks 3500 kcal kg<sup>-1</sup>, vee aurumissoojuseks 560 cal g<sup>-1</sup>.**

**Kui suure veesisaldusega puitu on võimalik põletada, nii et veel soojust eralduks?**

Kõigepealt viime ühikud ühele baasile: 560 cal/g=560 kcal/kg.

Edasi, 1 kg kuiva puidu põlemisel eralduv soojus 3500 kcal aurustab 3500/560 = 6.25 kg vett.

eega, kui kogu puidu mass oleks 1 + 6.25 = 7.25 kg, siis oleks põlemissoojus parajasti võrdne aurumissoojusega.

Sellise puidu protsentuaalne veesisaldus oleks 6.25/7.25 = 0.86 = 86%.

Kasvava puu veesisaldus on sellest alati väiksem, seega on võimalik põletada ka värskelt lõigatud puitu.

**25. Normaalingimused tähendavad 101.3 kPa rõhku ja 0°C = 273 K temperatuuri. Nendel tingimustel on ideaalse gaasi mooli ruumala 22.4 l = 0.0224 m<sup>3</sup>.**

**Kui suur on normaalingimustel gaasimolekulide tsentrite vaheline keskmine kaugus?**

Ühe molekuli kohta tuleb ruumala  $0.0224 / 6.022 \times 10^{23} = 3.72 \times 10^{-26} \text{ m}^3 = 37.2 \times 10^{-27} \text{ m}^3$ .

Kui see oleks kuubi ruumala, siis selle külje pikkus oleks  $\sqrt[3]{37.2 \cdot 10^{-27}} = 3.34 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 33.4 \text{ \AA}$ .

**Kui suur on molekulide välispindade vaheline kaugus kui molekuli diameeter on 4Å?**

Molekulide välispindade vaheline kaugus oleks  $33.4 - 4 = 29.4 \text{ \AA}$ .

**Mitu korda saab gaasi ruumala kokku suruda kuni molekulide mõõduni?**

Ühe mooli 4 Å küljega kuubikujuliste molekulide ruumala oleks  $6.02 \times 10^{23} \times (4 \times 10^{-10})^3 = 6.02 \times 10^{23} \times 64 \times 10^{-30} = 385 \times 10^{-7} \text{ m}^3 = 3.85 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ .

Normaalingimustel gaasilise olekus täidavad need molekulid  $2.24 \times 10^{-2} \text{ m}^3$  ehk  $2.24 \times 10^{-2} / 3.85 \times 10^{-5} = 582$  korda suurem ruumala.

**26. Normaalne atmosfäärirõhk võrdub  $101300 \text{ N m}^{-2}$  ( $=1 \text{ Pa}$ ), millele vastab  $1 \text{ m}^2$  põhja pindalaga õhusamba mass  $101300/9.81 = 10326 \text{ kg m}^{-2}$ .**

**Mitu mooli õhku on keskmiselt  $1 \text{ m}^2$  maapinna kohal atmosfääris?**

Õhu keskmine molekulmass on  $0.21(\text{O}_2) \times 32 + 0.78(\text{N}_2) \times 28 + 0.01(\text{Ar}) \times 40 = 29 \text{ Da}$ .

Seega on iga  $\text{m}^2$  kohal  $10326/0.029=356069$  mooli õhku.

**Mitu mooli on  $\text{CO}_2$ ?**

Sellest on  $\text{CO}_2$   $0.00036$  osa, ehk  $0.00036 \times 356069 = 128$  mooli  $\text{CO}_2 \text{ m}^{-2}$ .

**Mitu mooli  $\text{CO}_2$  on kogu maakera atmosfääris?**

Maakera pindala on  $4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (6.36 \times 10^6)^2 = 5.08 \times 10^{14} \text{ m}^2$ ,  $\text{CO}_2$  moole on siis  $128 \times 5.08 \times 10^{14} = 6.5 \times 10^{16}$ .

**27. Ühe mooli gaasi ruumala normaaltingimustel on  $22.4 \text{ l}$ , seega ühes liitris on  $1/22.4 = 0.0446$  mooli gaasi, ehk tema molaarne kontsentratsioon on  $44.6 \text{ mM}$ .**

**Kui suur on  $\text{O}_2$  ja  $\text{CO}_2$  partsiaalne molaarne kontsentratsioon õhus normaaltingimustel?**

Õhus on  $21\% \text{ O}_2$ , seega  $0.21 \times 0.0446 = 0.00937 = 9.37 \text{ mM}$ .

$\text{CO}_2$  on  $0.036\%$ :  $0.0446 \times 0.00036 = 16.06 \times 10^{-6} = 16 \text{ } \mu\text{M}$ .

**Kui suured on vastavad kontsentratsioonid temperatuuril  $30^\circ\text{C}$  ja rõhul  $740 \text{ mmHg}$ ?**

Temperatuuril  $30^\circ\text{C}$  ja rõhul  $740 \text{ mmHg}$  on parandustegur, millega vastavaid arve tuleb korrutada, võrdne:  $273/303 \times 740/760 = 0.877$ .

**28. Vaakum on nõus siis kui molekuli vaba tee pikkus võrdub nõu mõõduga (sõltub nõu suurusest).**

**Kui väike peab olema õhu rõhk  $1 \text{ m}$  diameetriga kerakujulises nõus, et seal oleks vaakum?**

Arutleme kvalitatiivselt. Normaalrõhul on õhus vaba tee pikkus umbes  $10^{-7}$  m (100 nm). Seega kui rõhk alandada  $10^{-7}$  atmosfäärini siis on vaba tee pikkus 1 m ja nõus on vaakuum.

**29. Taimel on ~5000 õhulõhet arvestatuna lehe pinna ühe  $\text{cm}^2$  kohta. Iga õhulõhe ava on 10  $\mu\text{m}$  pikk ja 5  $\mu\text{m}$  lai, kanali pikkus risti läbi epidermise on 10  $\mu\text{m}$ .  $\text{CO}_2$  difusioonikonstant õhus on  $0.16 \text{ cm}^2/\text{s}$ .**

**Kui suur saab maksimaalselt olla fotosünteesis  $\text{CO}_2$  assimilatsiooni kiirus arvestatuna lehe pinnauhiku kohta, ühikutes  $\mu\text{mol CO}_2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , kui õhus on  $\text{CO}_2$  kontsentratsioon 14  $\mu\text{M}$  ja lehe sisemuses 6  $\mu\text{M}$ .**

Siin tuleb kasutada Ficki seadust aine voo kohta  $J = -D \frac{dC}{dl}$  (ühik mol/s).

Nagu alati tuleb kõik suurused, kaasa arvatud kontsentratsioon, viia samale baasile.

Et difusioonikonstant on antud  $\text{cm}^2$ , siis esitame kõik suurused esialgu cm baasil. Ka kontsentratsioon tuleb siis anda  $\text{cm}^3$ , mitte liitri kohta. Näiteks  $14 \mu\text{M} = 14 \cdot 10^{-6} \text{ mol/l} = 14 \cdot 10^{-9} \text{ mol/cm}^3 = 14 \text{ nmol/cm}^3$ .

Edasi peame arvestama, et  $\text{CO}_2$  saab lehte siseneda vaid läbi õhulõhede, mille summaarne pindala lehe pinna iga  $\text{cm}^2$  kohta on  $5000 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ .

$$J = 0.16 \cdot \frac{(14 - 6) \cdot 10^{-9} \cdot 5000 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^{-4}} = 3.2 \cdot 10^{-9}$$

$$\text{Ühikuks on } \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \cdot \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3 \cdot \text{cm}} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^2} = \frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

Nõutud ühikutes  $\mu\text{mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  oleks siis vastus  $3.2 \cdot 10^{-9} \cdot 10000 = 32 \mu\text{mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

**30. Lehes on fotosünteesivate rakkude pindala ~10  $\text{cm}^2$ .  $\text{CO}_2$  difusiooniteepikkus läbi raku sein ja tsütoplasma kuni karboksüleerimistsentrini (ensüüm, mis seob  $\text{CO}_2$ ) on keskmiselt 1  $\mu\text{m}$ .**

Arvestagem, et difusioon vedelikus on aeglasem kui gaasis ja võrdub umbes  $D = 0.16 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ .

**Kui suur on  $\text{CO}_2$  assimilatsiooni kiirus ühikutes  $\mu\text{mol CO}_2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , kui  $\text{CO}_2$  kontsentratsioon rakuseina välispinna lähedal on 6  $\mu\text{M}$  ja karboksüleerimistsentrites keskmiselt 4  $\mu\text{M}$ ?**

Difusioonvoog läbi rakuseina iga ruutsentimeetri (ehk voo tihedus) on

$$J = 0.16 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{(6-4)}{1 \cdot 10^{-4}} = 0.32 \frac{\text{cm}^2 \cdot \text{nmol}}{\text{s} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{cm}} = \frac{\text{nmol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \quad \text{CO}_2 = 0.32 \cdot 10000/1000 \frac{\mu\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Et aga rakupinda oli  $10 \text{ cm}^2$ , siis tuleb viimaste arvu veel 10-ga korrutada, ehk

$$32 \frac{\mu\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

### 31. Õhu temperatuur on $20^\circ\text{C}$ .

**Kui suur on molekuli ruutkeskmise kiiruse vertikaalkomponent?**

$$\frac{m_{\text{mool}} \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} RT$$

Iga vabadusastme kohta on kineetiline energia  $\frac{1}{2} RT = \frac{1}{2} \times 8.314 \times 293 = 1218 \text{ J mol}^{-1}$ .

1 mool = 29 g õhku omab energiat 1218 J. Siit leiame kiiruse

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1218}{0.029}} = 290 \text{ m s}^{-1}$$

**Kui suur on ruutkeskmise kiiruse absoluutväärtus?**

Kiirus on vektor. Absoluutväärtuse leiame kui ruutjuure komponentide ruutude summast  $v = \sqrt{v^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{290^2 + 290^2 + 290^2} = \sqrt{252300} = 502 \text{ m s}^{-1}$ .

**32. Kui kõrgele lendaks gaasi molekul mis alustab liikumist maapinnalt vertikaalselt ülespoole normaaltingimuste vastava keskmise kineetilise energiaga? Arvuta energia jäävuse seadust kasutades.**

$$mgh = \frac{1}{2} RT$$

$$h = \frac{RT}{2mg}$$

$$h = \frac{1218}{0.029 \cdot 9.81} = 4281 \text{ m}$$

**Kui suur osa atmosfäärist asub sellest piirist veel kõrgemal?**

Sellest piirist kõrgemal asub veel osa, mis on määratud Boltzmanni faktoriga

$$e^{-\frac{1/2RT}{RT}} = e^{-\frac{1}{2}} = 0.606$$

**33. Aine A muundub keemiliselt aineks B, kusjuures aine B vaba energia on 24 kJ mol<sup>-1</sup> võrra väksem kui aines A.**

**Missugune on ainete A ja B kontsentratsioonide suhe keemilise tasakaalu korral toatemperatuuril?**

Teame, et seda ainet, mille energia on madalam (mis on stabiilsem), peab tasakaaluseisundis rohkem olema.

$$K = \frac{B}{A} = \exp(\Delta E_{A-B} / RT)$$

$$\Delta E_{A-B} = RT \ln \frac{B}{A}$$

$$24000 = 8.314 \cdot 293 \ln \frac{B}{A};$$

$$\text{Astendades saame: } e^{\frac{24000}{2436}} = \frac{B}{A} = e^{9.85} = 19000.$$

**34. Küllastava veeauru osarõhk 20°C juures on 22 mb.**

**Kui suur on molekulide seoseenergia vees 20°C juures?**

Kasutame jälle keemilise tasakaalu seadust:  $\Delta E = RT \ln \frac{B}{A}$ , kus B on vee molaarne kontsentratsioon (1000/18 = 55.6 M) ja A on veeauru kontsentratsioon. Vee molekulide seoseenergia gaasifaasis loeme nulliks.

Veeauru kontsentratsiooni A leidmiseks arvestame, et veeaur moodustab 22/1013 = 0.0217 osa atmosfäärist.

0° C juures oli kogu õhu molaarne kontsentratsioon 0.0446 M (vt. ülesanne 27), 20° C juures aga 0.0446 273/293.

Veeauru osakontsentratsioon 20° C on siis 0.0217x0.0446 273/293= 9x10<sup>-4</sup> M.

$$\Delta E = RT \ln \frac{55.6}{9 \cdot 10^{-4}} = 8.314 \cdot 293 \ln 61778 = 26872 \text{ J mol}^{-1}.$$

**Kui suur on see seoseenergia 100°C juures, kus veeauru osakontsentratsioon on 1?**

Sama arvutus 100°C juures annab

$$RT \ln \frac{55.6}{0.0446 \frac{273}{373}} = \Delta G = 8.314 \cdot 373 \ln 1703 = 23073 \text{ J mol}^{-1}, \text{ mis on}$$

väiksem kui madalamal temperatuuril.

**35. Kui peened peaksid olema ideaalselt märguvad kapillaarid, et vesi neis tõuseks 20 m kõrgusele?**

Leiame tasakaalutingimuse kasutame kapillaarjõu valemit:

$$F = \alpha l = \alpha 2\pi r = mg = \rho Vg = \rho \pi r^2 hg$$

$$2\alpha = \rho grh$$

$$\text{Siit } r = \frac{2\alpha}{\rho gh} = \frac{2 \cdot 0.075}{1000 \cdot 9.81 \cdot 20} = 7.65 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0.765 \text{ } \mu\text{m}.$$

Diameeter on seega 1.53  $\mu\text{m}$

**36. Kui suur on gaasi/auru ülerõhk (lisarõhk) seebimulli sees, mille diameeter on 2 cm?**

$$\text{Õõnsuses tekkiva lisarõhu valem: } p = \frac{2\alpha}{r} = \frac{2 \cdot 0.075}{0.01} = 15 \text{ Pa}.$$

Mullil on kaks pinda ja seega peaks mulli sees olev rõhk olema 2 korda suurem e 30 Pa.

**37. Puutüves kõrgusega 30 m on 10  $\mu\text{m}$  diameetriga veega täidetud juhtsooned.**

**Kui suur peaks minimaalselt olema aurumullikene, et sammas katkeks?**

10  $\mu\text{m}$  kapillaaris on vee spontaanne tõus kõigest

$$h = \frac{2\alpha}{\rho gr} = \frac{2 \cdot 0.075}{1000 \cdot 9.81 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 3.06 \text{ m. Rippuvus olekus olev veesammas on}$$

järelikult 30 – 3 = 27 m kõrgune. Selle samba tipp on negatiivse rõhu (venituse) all, mille suurus võrdub

$$p = -\frac{F}{S} = -\frac{mg}{S} = -\frac{\rho Vg}{S} = -\frac{\rho Shg}{S} - \rho gh = -1000 \cdot 9.81 \cdot 27 = -264870 \text{ Pa.}$$

Võiks arvata, et niipea kui sambas tekib mull ta kohe ka katkeb. See ei ole nii pindpinevuse tõttu, mis tekkinud mulli kohe rõhuga  $p = \frac{2\alpha}{r}$  kokku surub.

Sammas ei katke seni kuni mulli surutakse kokku negatiivsest rõhust suurema rõhuga.

Kriitilisele rõhule vastava mulli raadiuse arvutame kui

$$r_{kr} = \frac{2\alpha}{p} = \frac{2 \cdot 0.075}{264870} = 5.7 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0.57 \text{ } \mu\text{m}, \text{ ehk vastav diameeter } 1.14 \text{ } \mu\text{m}.$$

**38. Vee aurumissoojus on 560 cal g<sup>-1</sup>.**

**Kui kaua tuleb vett keeta võimsusel 1 kW et 1 l vett täielikult aurustuks?**

1 l vett on 1000 g. Selle aurustamiseks kulub 560000 cal.

Võimsus 1 kW = 1000 J s<sup>-1</sup> = 240 cal s<sup>-1</sup>.

560000 cal genereeritakse 560000/240 = 2333 s = 38.9 min jooksul = 38 min 54 s.

**39. Imeva pumbaga imetakse kaevust vett temperatuuril 20°C. Kaev asub kõrgplatool, kus õhurõhk on 650 mmHg.**

**Kui kõrgele maksimaalselt saab imeva pumbaga veesammast tõsta?**

Imeva pumba puhul määrab samba tõusu kõrguse välisõhurõhk  $p$ :  $h = \frac{p}{\rho g}$ .

Õhurõhk platool on 650/760=0.855 osa normaalrõhust.

Normaalrõhk suruks veesamba  $h = \frac{p}{\rho g} = \frac{101300}{1000 \cdot 9.81} = 10.32 \text{ m}$  kõrgusele.

Platool olev rõhk vastavalt 0.855x10.32=8.8236 m kõrgusele.

Lisaks vähendab samba võimalikku tõusu küllastunud veeauru rõhk, mis 20°C

juures on  $p(t) = 6.1070 \cdot 10^{\frac{7.63t}{241.9+t}} = 6.107 \cdot 10^{\frac{152.6}{261.9}} = 6.107 \cdot 3.825 = 23.36(\text{mb}) = 2336 \text{ Pa.}$  (1 bar=100000 Pa)



Kui rõhk imevas torus võrdub küllastuva veeauru rõhuga, hakkab vesi keema ja rõhk enam ei alane. See rõhk vähendab maksimaalset veesamba kõrgust

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{2336}{1000 \cdot 9.81} = 0.238 \text{ m võrra.}$$

Seega jääb samba lõplik kõrgus  $8.824 - 0.238 = 8.586 \text{ m}$ .

$$h = \frac{101300 \frac{650}{760} - 2336}{1000 \cdot 9.81} = 8.59 \text{ m}$$

**40. Soome saunas on temperatuur 100°C. Sauna mõõdud on 2.0x2.0x2.5 m<sup>3</sup>.**

**Mitme protsendi võrra tõuseb õhu niiskus, kui kerisele visata 0.5 l vett?**

**Kas tekki kuumatunne tuleb rohkem õhuniiskuse tõusust või kividel kuumenenud veeauru kõrgemast temperatuurist?**

0.5 l vett =  $0.5 / 0.018 = 27.8$  mooli.

Ühe mooli ruumala 100°C juures on  $22.4 \times 373 / 273 = 30.6 \text{ l}$ .

Aurustudes 100°C juures täidab veeaur 1 atm rõhu juures ruumala  $27.8 \times 30.6 = 851 \text{ l} = 0.851 \text{ m}^3$ .

Sauna ruumala on  $2 \times 2 \times 2.5 = 10 \text{ m}^3$ .

Küllastav veeauru rõhk 100°C juures on võrdne välisrõhuga, seega küllastavat veeauru mahub sauna  $10 \text{ m}^3$ . Leili viskamisega lisandus  $0.851 \text{ m}^3$ , millega relatiivne niiskus tõusis  $0.851 / 10 = 8.51\%$  võrra.

Selline suhtelise niiskuse kasv muudab hiigi aurustumist suhteliselt vähe, seega, kuumatunne tuleb siiski veeaurust, mis kividega kokku puutudes kuumenes üle 100 °C.

**41. Füsioloogiline lahus on 0.9% soolalahus, kus 1 kg lahuses on 9 g keedusoola NaCl.**

**Kui suur on füsioloogilise lahuse osmootne rõhk?**

NaCl molekulmass on  $23 + 35 = 58 \text{ g mool}^{-1}$ . Seega on füsioloogiline lahus  $9 / 58 = 0.155 \text{ M}$ . Arvestades, et  $\text{Na}^+$  ja  $\text{Cl}^-$  dissotsieeruvad täielikult, tuleb osmootse rõhu arvutamisel arvestada mõlemaiooni panusega eraldi. Seega on lahus ekvivalentset 0.31 M.

Toatemperatuuril on niisuguse lahuse osmootne rõhk  $24 \times 0.31 = 7.44 \text{ atm}$  ehk  $7.44 \times 0.1013 = 0.754 \text{ MPa}$

**42. Kui suur on turgorrõhk taime rakus, milles on 0.3 M osmootselt aktiivsete ainete lahus?**

0.3M lahus põhjustab toatemperatuuril osmootse rõhu  $0.3 \cdot 24 = 7.2$  atm.

**Milline on rõhk rakus, mis asub 10 m kõrgusel maapinnast puu otsas?**

Turgorrõhk väheneb vee üles surumiseks vajaliku rõhu võrra, mis on umbes 1 atm. Seega, 10 m kõrgusel on turgorrõhk  $\sim 6.2$  atm.

**43. Kevadel voolab kasetüves mahl, milles on lahustunud 120 g sahharoosi (molaarmassiga 342 Daltonit) liitri kohta.**

**Kui kõrgele tõuseb mahl eeldusel, et juurte pinnal on ideaalsed pool-läbilaskvad membraanid ja maapinnas on vett vabalt saada.**

Tasakaalu tingimus: Mahla samba raskusest tingitud rõhk = osmootne rõhk:

$$h = \frac{P}{\rho g}.$$

120 g sahharoosi liitris on 0.3M lahus, mille osmootne rõhk on 7.2 atm.

Veesamba rõhk on umbes 10 m atmosfääri kohta, seega vesi tõuseks kuni 72 m kõrgusele.

**44. Külumisel jää ruumala suureneb 9% võrra.**

**Mitme % võrra suureneb molekulidevaheline keskmine kaugus?**

Lineaarmõõdu juurdekasv on kuupjuur ruumala juurdekasvust. Kuupjuur  $1.09 = 1.03$  (ligikaudse arvutamise reegel!).

Molekulidevaheline kaugus suureneb seega 3%

**45. Kui suurt raskust (mitut poissi) kannab 10 m<sup>2</sup> pindalaga ja 30 cm paksusega ujuv jäätükk?**

Jäätüki ruumala on  $10 \cdot 0.3 = 3$  m<sup>3</sup>.

Arhimedese seaduse kohaselt on 9% sellest vee peal, ehk 0.27 m<sup>3</sup>.

Selle vee alla surumiseks vajalik jõud on võrdne  $0.27 \text{ m}^3$  vee kaaluga, mis  $=9.8 * 270 \text{ N}$  (~5 poissi).

**46. Biomembraani lipiidosa paksus on 50Å. Potentsiaalide vahe membraanil on 0.2V.**

**Arvuta elektrivälja tugevus ühikutes V/cm. Kas see võiks olla läbilöögiohtlik, arvestades õlide läbilöögi väljatugevuseks 300 kV/cm?**

Elektrivälja tugevust mõõdetakse laenguühikule mõjuva jõuga, aga see on ekvivalentne pikkusühikule vastava tööga, seega potentsiaali muutusega pikkusühiku kohta.

Potentsiaalide vahe 0.2V 50Å kohta on  $0.2/(50 \cdot 10^{-8} \text{ cm}) = 400000 \text{ V/cm}$ .

Paistab, et ongi läbilöögiohtlik. Seepärast ka suuremaid membraanpotentsiaale ei esine.

**47. Mitokondri membraanipotentsiaalide vahe on 0.1V.**

**Mitu prootonit peab minimaalselt membraanist läbi liikuma ATP molekuli sünteesiks eeldusel, et ATP sünteesi energia on  $35 \text{ kJ mol}^{-1}$ ?**

Läbides potentsiaalide vahe 0.1 V vabastavad prootonid energia  $0.1 * 96.5 = 9.65 \text{ kJ}$ .

$35/9.65=3.63$  e vähemalt nelja prootoni energia liitumisel on võimalik 1 ATP molekuli süntees.

**48. pH membraanil kahel poolel erineb 3 ühiku võrra,  $\Delta \text{pH} = 3$ .**

**Kui suur on prootonite kontsentratsioonide suhe?**

$$\text{pH} = -\log [H^+]$$

$$\Delta \text{pH} = -(\log c_2 - \log c_1) = \log \frac{c_1}{c_2} = \log 10^3 = 3$$

**Kui suur on membraanil vabanenud energia ühe mooli prootonite läbimisel kui elektriline potentsiaalide vahe puudub?**

$$\Delta E = RT \ln \frac{c_1}{c_2} = 2.3RT \lg \frac{c_1}{c_2} = 2.3RT \Delta pH$$

$$= 2.3 \cdot 2436 \cdot 3 = 16808 J$$

Mitme molaarne on hape, mille pH=0?; -2?; 4?

1M, 100M,  $10^{-4}$  M

**49. Arvuta tasakaaluline potentsiaalide vahe rakumembraanil kui  $K^+$  ionide kontsentratsioon raku sees on 10 mM ja väljaspool raku 100  $\mu$ M ja  $K^+$  ioone juhtiv kanal on avatud?**

Tasakaaluolekus kontsentratsioonide vahest ja laengute vahest tingitud potentsiaalide vahe (Nernsti potentsiaal) tasakaalustavad teineteist:

$$\Delta U_z F = RT \ln \frac{c_1}{c_2}.$$

$K^+$  on ühekordselt ioniseeritud, sellepärast  $Z=1$  ja

$$\Delta U = \frac{RT}{F} \ln \frac{c_1}{c_2} = \frac{2.3RT}{F} \lg \frac{c_1}{c_2} = \frac{2.3 \cdot 2436 \cdot 2}{96500} = 0.12 V$$

Koostanud: A. Laisk

Täiendanud: A. Freiberg