

4. LIIKUMISE PÕHJUSED

4.1. Jõud

Dünaamika käsitleb liikumist põhjuslikus seoses liikumist esilekutsuvate **jõududega**. Dünaamika ja üldisemalt mehaanika põhimõisted on

- **jõud**
- **mass**
- **liikumishulk** ehk impulss (kulgliikumise puhul)
- **pöördimpulss** e. Impulssmoment (pöördliikumise puhul)
- **energia (ja töö)**
- **võimsus.**

Paneme jälle tähele, et osa neist suurustest on vektorid, teine osa aga skalaarid. Järgnevalt vaatleme neid kõiki ükshaaval alustades **jõu** mõistest.

Dünaamilist (e jõudude mõjul toimuvat) **liikumist** käsitlevad **kolm Newtoni seadust** (avaldatud 1685).

Newtoni I seadusega (ka Galilei seadus või inertsiseadus) me juba tutvusime: **Iga keha liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt seni kuni teiste kehade mõju (jõud) ei põhjusta selle seisundi muutumist.** Kõige sagedamini jääb kehade liikumine muutumatuks mitte sellepärast, et neile ei mõju jõudu, vaid sellepärast, et mõjuvad jõud on võrdsed ja vastassuunalised (jõud on vektor!) ning tasakaalustavad üksteist. Ühtlane ja sirgjooneline liikumine ilma mõjuva resultantjõuta on võib-olla võimalik ainult avakosmoses väga kaugel kõikidest taevakehadest. Maa pinnal on kõik kehad gravitatsioonivälja mõjusfääris ja neile mõjub Maa külgetõmbejõud. Demonstratsioonkatseks mõjudeta (va gravitatsioon) liikumisele võiks olla teraskuuli veeremine horisontaalsel peegelpinnal, kus raskusjõud on liikumisega risti ja hõõrdumisjõud on minimaalne. Ka piljardikuulid liiguvad küllaltki ühtlaselt ja sirgjooneliselt pörkimiste vahel. Esimene seadus annab seega tunnistust, kas mõjud/jõud eksisteerivad või mitte.

Jõudu (kr k tugevus) vaadeldakse mehaanikas seega kui kehade liikumise põhjust. Nii seda mõistet ka defineeritakse: kaudselt tema mõju kaudu kehade liikumisele. Mõju väljenduseks on keha kiiruse muutus (ka liikumise suuna).

Newtoni teine seadus, mis on paljude katsete üldistus, mitte teoreetiliste mõtiskluste vili väidab, et **liikumise muutumise kiirus ehk kiirendus on võrdeline rakendatud jõuga ja toimub jõu suunas.**

$$a = \frac{1}{m} F \quad \text{ehk} \quad F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

kus F on jõud ja a on kiirendus. Võrdetegur, mis seob kiirenduse jõuga iseloomustab keha **inertset massi m** , olles sellega pöördvõrdeline.

Jõud F ja kiirendus a on samasuunalised vektorid (suunaga suurus), **mass on aga skalaar** (suunata suurus). **NB! Kehale mõjuv jõud sihib mitte kiiruse vaid kiiruse muuduga ehk kiirendusega samas suunas.**

Massi ühik on **kilogramm (kg)**. Üks kilogramm on ligilähedaselt ühe dm^3 puhta vee mass, kuid täpne massi etalon on plaatina-iriidiumi sulamist metallkeha, mis on hoiul Pariisi lähedal. **Kilogramm on viimane kolmest mehaanika põhiühikust (kg, m, s), mille suurus on kokkuleppeline ja mida ei saa tuletada teiste ühikute kaudu.**

- Füüsikaline suurus=Numbriline kordaja x Mõõteühik
- Mõõteühik (standardiseeritud: SI (1960))
 - Põhilised (7)
 - Pikkus (Defin Eukleidese geomeetrias; a 1799; m; l)
 - Aeg (Füüsikaline kategooria; s; t)
 - Mass (Füüsikaline kategooria; kg; m)
 - Termodünaamiline temperatuur (K, T)
 - Voolu tugevus (A; i)
 - Aine kogus (mol; n)
 - Valgustugevus (cd; I_v)
 - Tuletatud (kiirus, jõud, rõhk, energia, töö, võimsus, elektri(laeng/pinge/takistus/mahtuvus), sagedus, magnetvoog jne)

Jõu ühik njuuton (N) on juba tuletatud ühik: **Üks njuuton (N) on jõud, mis annab massile üks kg kiirenduse üks m s^{-2} .** Muide, kui ühikutest üldiselt rääkida, siis on täheldatav nende inimlik ehk antropomeetiline

alge. Tõepoolest, inimese pikkus on 1-2 m, kaal mõnikümmend kg, südamelöök kestab umbes 1 s. Ka ülejäänud ühikud on hästi hoomatavad.

Newtoni I seadus tuleneb otseselt tema II seadusest: keha liikumiselek ei muutu kui puudub jõud.

Nagu me oma esimeses loengus rääkisime, füüsikas eristatakse nelja fundamentaalset jõudu: tugevat, elektromagnetilist, nõrka ja gravitatsioonilist. Mäletate, kuidas need jõud tugevuse järgi järjestusid?



Mehaanikas aga räägitakse tihti kolme tüüpi jõududest:

- gravitatsioonist tingitud **raskusjõust**
- **elastsusjõust**
- **hõõrdumisjõust**

Mis tüüpi jõud on elastsus- ja hõõrdumisjõud?

Elastsusjõud tekivad keha deformatsiooni tagajärjel. Tänu nendele jõududele ei kuku me näiteks läbi põrand. Põrand küll veidi paindub meie raskuse all, kuid tavaliselt peab vastu. Kui me edasi sammume, siis põrandal esialgne asend taastub. See ongi tahkiste omadus, mida nimetatakse **elastsuseks**.

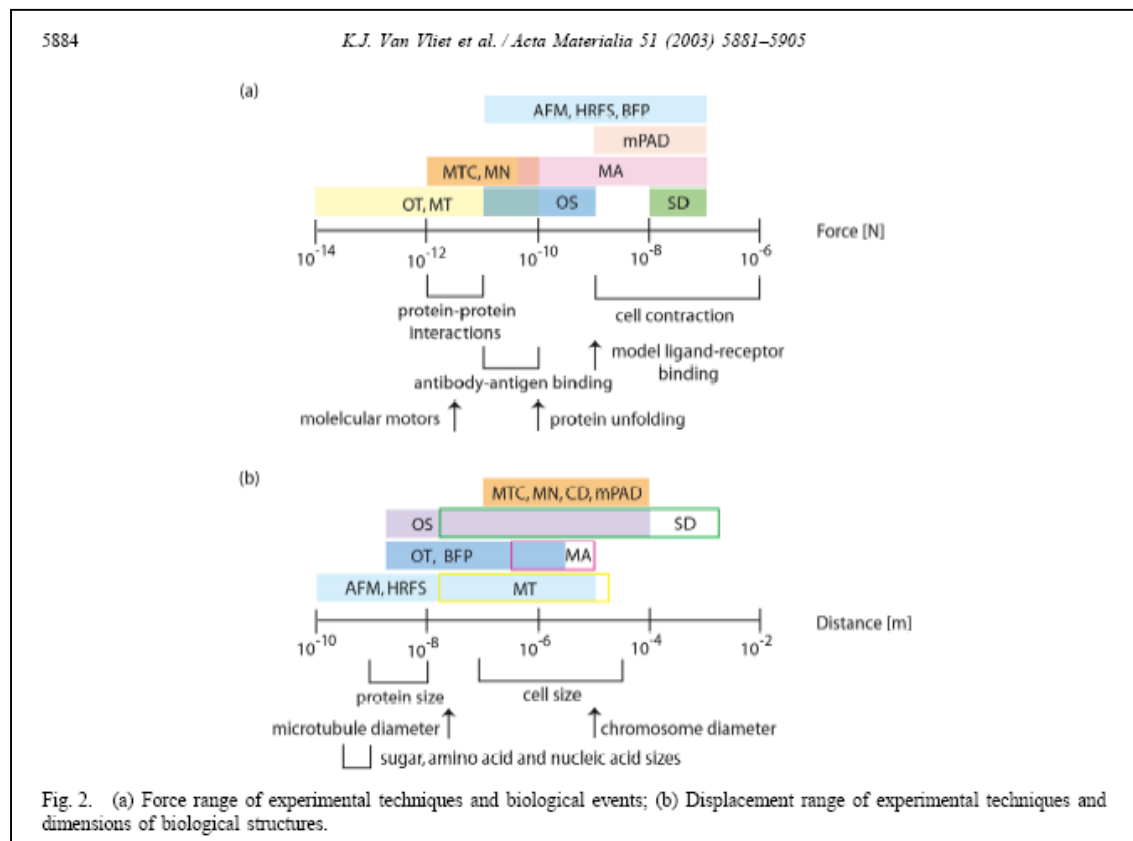
Tänu **hõõrdejõududele** on aga üldse võimalik tavaline liikumine. Katsuge libedal jääl autoga liikuma hakata või seisma jääda! Ilma hõõrdumiseta oleks võimatu kehade liikumiselekut muuta. Kõik mis liigub

jätteks liikumist igavesti ja mis seisab, see jääski seisma. Erandiks on vaid liikumine, mis kasutab impulsi jäävust ehk reaktiivliikumine. Reaktiivliikumise printsiibi juurde me veel tuleme oma kursuses. Hõõrdumist uuriv teadus on **triboloogia**. Triboloogiaga tegeletakse ka TÜFI-s **teravikmikroskoopia** meetodit kasutades. Hõõrdejõud on proportsionaalne kehade vahel mõjuvale normaalisuunalisele jõule ja mõjub alati liikumisel vastupidises suunas.

Vaatamata näilisele erinevusele on elastsus- ja hõõrdumisjõud oma mikroskoopiliselt olemuselt tegelikult väga sarnased (mehaanika aga mäletatavasti aine sisestruktuuri ei arvesta): **mõlemad on elektrilist päritolu**. Seega oleme jälle oma nelja põhilise vastastikmõju juures tagasi.

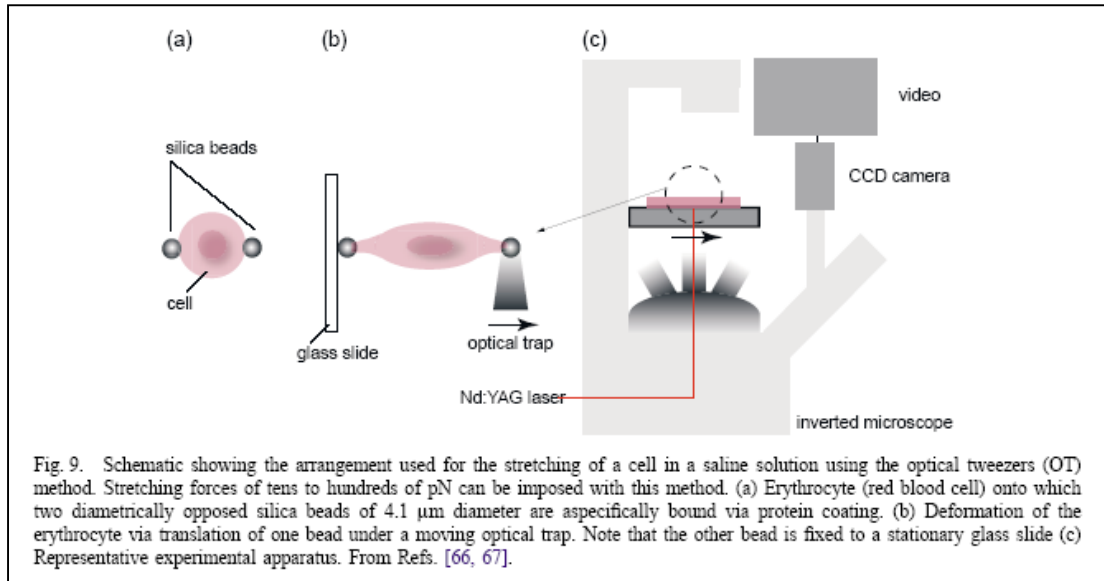
Iseendalegi märkamatult oleme seega Netoni II seadust oluliselt laiendanud. **Jõud avalduvad mitte ainult kehade liikumisoleku muutuses, vaid (seisvate kehade puhul) ka kehade deformatsioonis ja omavahelises hõõrdumises.**

Jõud bioloogias



Kuidas nii väikesi jõudusid mõõdetakse? Siin tuleb bioloogiale jälle appi füüsika: laserpintsepp.

4.2. Mass (gravitatsiooniline ja inertne), raskus ja kaal



Vastavalt Newtoni II seadusele üks ja seesama jõud põhjustab seda suurema kiirenduse mida väiksem on keha mass: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$. See massi

inertsist lähtuv asjaolu võimaldab tundmatu massi määramist tuntud massi kui etaloni kaudu. Me juba teame, et ühtlaselt kiireneval liikumisel läbitud tee

pikkuse saab arvutada valemi $s = \frac{at^2}{2}$ abil. Seega võrreldes kummagi keha

poolt läbitud teed teatud aja t (nt 1 s) pärast (eeldusel, et näiteks hõõrdumine on mõlema keha jaoks ühesugune) saame teadaoleva massi järgi mõõta tundmatut (inertset) massi.

Mass avaldub aga mitte ainult inertsis vaid ka gravitatsioonis, mille samuti avastas Newton.

Gravitatsiooniseadus väidab, et iga keha massiga M tekitab kaugusel r oma **masskeskmest gravitatsioonikiirenduse**

$$a_g = k_g \frac{M}{r^2},$$

kus k_g on **universaalne (st terves universumis kehtiv) gravitatsioonikonstant**. Kiirendus, millega liiguvad Maalähedases ruumis asuvad kehad ja mis on tingitud Maa gravitatsioonilisest tõmbest on teatavasti võrdne $a_g(\text{Maa}) = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ konstant. Kiirendust $a_g(g)$ nimetatakse ka **vaba langemise kiirenduseks**.

Gravitatsioonijõud või teise nimega **raskusjõud**, mis mõjub massile m keha M väljas on

$$F = ma_g = k_g \frac{mM}{r^2}$$

Raskusjõud, mis mõjub kehadele Maalähedases ruumis võrdub siis

$$F = mg.$$

Kui massi mõõdetakse kilogrammides, siis gravitatsioonijõu saamiseks njuutonites peab gravitatsioonikonstant k_g võrduma $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$. Gravitatsioonikonstandi väiksus tingibki gravitatsioonijõu nõrkuse võrreldes teiste fundamentaalsete vastastikmõjudega, millest oli juttu eespool. Suhtelisele väiksusele vaatamata domineerib gravitatsioonijõud kõikides makrokosmose nähtustes. Põhjuseks kaugmõju ja tavaaine elektriline neutraalsus.

Mass on seega materია (st nii aine kui ka välja) omadus, mis avaldub keha **inertsis** (ehk vastupanus liikumisoleku muutusele Newtoni II seaduse mõttes $F = m_i a$) ja samuti **raskuses** (ehk omaduses osaleda gravitatsioonilistes vastastikmõjudes $F = m_g a_g$).

Katsed näitavad, et **inertne mass** ja **gravitatsiooniline mass** on alati suure täpsusega võrdsed $m_i = m_g \equiv m$. Esimesena tõestas seda Galilei pildudes kive alla Pisa viltu vajunud kirikutornist. Selgus, et erineva massiga esemed jõuavad maapinnale üheaegselt (kukuvad alla ühesuguse kiirusega). Nende õhus tehtud katsete täpsus polnud muidugi kuigi suur, kuid tänapäeval on seda fakti kinnitatud juba suhtelise täpsusega $\sim 10^{-13}$ (Einsteini ajal $\sim 10^{-9}$ (ungarlane Etvöz)).

Kuidas need vaba langemise katsed ikkagi inertse ja gravitatsioonilise massi võrdsust/identsust tõestavad?

Oletame, et me mõõdame kuidagi ära keha inertse massi M , mis on seotud keha vastuseisus tema liikumisoleku muutusele. Seejärel määrame näiteks kaalumise teel tema gravitatsioonilise massi m . Analüüsime nüüd Galilei vaba langemise katset rakendades energia jäävse seadust $mgh = \frac{Mv^2}{2}$.

Avaldame kiiruse $v = \sqrt{2gh \frac{m}{M}}$. Siit näeme, et kehad langevad ühesuguse kiirusega vaid siis, kui $m=M$.

Gravitatsioonilise ja inertse massi võrdsust nimetatakse **ekvivalentsuse printsiibiks** ja see on võetud üldrelatiivsusteooria üheks **postulaadiks**. See aga tähendab, et massi suurust saab määrata nii ühe kui teise mõõtmise kaudu (st võrreldes antud massi inertsiga või temale mõjuvat raskusjõudu etaloni omaga). Massi fundamentaalne olemus ei ole siiski siiani selge. Ta võib olla seotud teatud osakekestega (nn **Higgsi osakesed**), mis on aga katseliselt siiani leidmata.

Miks ei sõltu gravitatsiooni kiirendus uuritava keha massist?

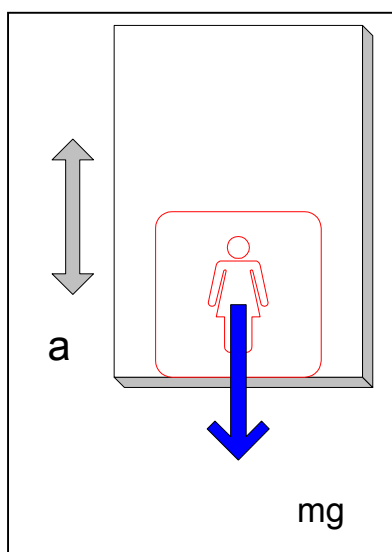
$$\text{Newtoni II seadusest: } a = F / m = ma_g / m = a_g$$

Tuleb teha vahet keha raskuse ja keha kaalu vahel (muidu poleks ju mõtet rääkida kaaluta olekust). **Mõlemad on jõud**, kuid nad erinevad üksteisest **rakenduspunkti** poolest.

Raskusjõud $F_{raskus} = ma_g$ rakendub **kehale** massiga m mingi teise keha M raskusväljas (mille tugevus on $a_g = k_g \frac{M}{r^2}$ või kitsamalt Maal $a_g = g$) ja ei sõltu sellest, kas keha liigub kiirendusega või mitte.

Kaal aga rakendub toetuspunktile ja sõltub viimase kiirendusest a : $F_{kaal} = m(g \pm a)$. **Kaal on seega jõud, millega keha mõjub oma toele.**

Näeme, et kaal võib olla raskusest nii suurem kui ka väiksem.



Kaaluta olek tekib kui keha langeb vaba langemise kiirendusega $a = g$. Mäletate ülesannet orbiidil tiirlevast sputnikust. Ta langeb pidevalt Maa külgetõmbejõu tõttu Maa poole. Selle laskumise kiirendus on raskuskiirendus g e vaba langemise kiirendus ja sputnikul viibijad on kõik kaaluta olekus. Kui orbitaalkiirus on piisavalt suur (=1 kosmilise kiirusega), siis sputniku kaugus maapinnast ei muutu (ta langeks kogu aeg nagu Maast mööda). Vaba langemist saab demonstreerida ka lennukiga. Kasutades mootorite jõudu tõuseb lennuk oma trajektoori kõrgeimasse punkti (apogee). Peale seda lülitab ta mootorid välja ja laskub mööda vaba langemise trajektoori (mis trajektoor see on?)

alla tagasi. Selle langemise jooksul on lennukil viibijad kaaluta olekus.

Keha **kaalumine** on niisiis massi mõõtmise viis gravitatsioonijõu kaudu. Kaalu mõõdetakse **dünamomeetriga** (vedrukaaluga), massi otseseks mõõtmiseks tuleb keha **võrrelda massi etaloniga** (nt kangkaalul).

Küsime mitu N kaalub keha massiga 1 kg? Raskusjõud Maal annab massile 1 kg kiirenduse 9.8 m s^{-2} , sel ajal kui jõud 1 N annab kiirenduse vaid $\sim 1 \text{ m s}^{-2}$. Seega, **mass 1 kg kaalub 9.8 N**. Sama mass 1 kg kaaluks Kuu peal umbes kuus korda vähem, sest Kuu raskuskiirendus on 6x väiksem, seega umbes 1.6 N.

Keha kaal sõltub samuti asukohast Maal, sest Maa pöörleb ümber oma telje. Pöörleva keha pinnal asuvad kehad tunnevad pöörlemisest (õigemini keha inertsist) tingitud tsentrifugaaljõudu, mis on suunatud **piki raadiust pöörlemisteljest eemale** ja see vähendab meie kaalu (maapinnale avaldatavat jõudu). Tsentrifugaaljõud on suurim ekvaatoril ja = 0 poolustel. Peatüki lõpus toome ka asjakohase arvnäite.

Kui küsite poest ühe kg leiba, siis huvitab teid ostetava aine kogus, s.t. leiva mass, mitte selle kaal. Seega küsimine kilogrammides ja mitte njuutonites on füüsikaliselt õige. Kui müüja kaalub leiva vedrukaaluga, siis saab ta tulemuse njuutonites ja see sõltub laiuskraadist. Kui aga kasutatakse kangkaalu, siis võrreldakse omavahel kaalutavat keha kaalupommide massiga ja see tulemus ei sõltu laiuskraadist.

Kaalu vähendab ka keskkonna **üleslükke**, millega tutvume lähemalt praktikumis. Tegemist on vedelikes tuntud efektiga, mida teame **Archimedese seaduse** nime all. Arvestades õhu üleslükke parandust kaalub üks kilogramm udusulgi vähem kui 1 kg rauda, mis justkui räägib Newtoni II seadusele vastu. Tegelikult vastuolu muidugi ei ole. Mass (ja raskus) on neil võrdne, erineb nende kaal ehk toele mõjuv jõud. Üleslükke parandus on seda suurem, mida lähedasemad on kaalutava keha ja väljatõugatava õhu tihedused, kuni selleni, et vesinikuga täidetud õhupall omab hoopiski negatiivset kaalu ($F = (\rho_{\text{vesinik}} - \rho_{\text{ohk}})Vg$, jõud on negatiivne, s.t. suunatud üles).

Õige kaalu määramine oleks alati õhu üleslüket arvestades, kuid praktikas, kui on tegu tahkete ainete või vedelikega (st suurt tihedust omavate ainetega), on selle tähtsus suhteliselt väike. Vedelikku sukeldumise puhul ei tohi muidugi üleslükkejõudu ignoreerida. Sellel põhineb kogu laevandus. Üleslükkejõu arvestamise põhimõttel töötab ka tsentrifuug, mida kasutatakse näiteks valkude separeerimiseks ja millega te biokeemia praktikumis kindlasti kokku puutute.

4.3. Liikumise hulk ehk impulss. Impulsi jäävuse seadus

Kui püüate massiivset keha, näiteks autot, liikuma lükata, siis tuleb jõudu rakendada küllalt kaua, enne kui saavutate vajaliku kiiruse. Vedur, ehkki võimas, annab kaubarongile vajaliku kiiruse alles veerand tunni jooksul. See tähendab, et keha poolt saavutatud kiirus (kiiruse juurdekasv) sõltub jõu mõjumise ajast. Uurime veelkord tähelepanelikult Newtoni II seadust:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

$$Fdt = mdv = d(mv) = mdv = dp$$

Suurust $p=mv$ nimetatakse **impulsiks** e **liikumise hulgaks** ja $dp = mdv$ **liikumishulga muutuseks**. Impulsi muut on võrdeline jõu ja selle mõjumise aja korrutisega ning **toimub jõu suunas** $Fdt = dp$.

Valemist selgub, miks löökidel ja pörgetel avalduvad ülisuured jõud. Näiteks haamer massiga 1 kg, mis liigub kiirusega 1 m s^{-1} , peatub naelapeal umbes 0.001 sekundi jooksul. Rakendades valemit $F = mdv/dt$ leiame, et mõjuv jõud on 1000 N. Selline jõud annab 100 kg seisvale massile 1 sekundiga kiiruse 10 m/s (36 km/h).

Katsed näitavad, et **kehade vastastikmõjudes kehade summaarne impulss ei muutu**. Impulsi jäävus **välisilmast isoleeritud** kehade vastastikmõjudes on energia jäävuse kõrval üks looduse põhiseadusi.

Vaatleme lihtsaimat vastastikmõju juhtu, milleks on kahe keha pörge (näiteks kahe piljardikuuli või kahe gaasimolekuli pörge). Siis impulsi jäävuse seadus väidab, et

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

Pörke jooksul muutusid kuulide kiirused vastavalt $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 - \vec{v}_1$ ja $\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}'_2 - \vec{v}_2$ võrra ehk

$$m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2.$$

Impulsi muutus kehade vastastikmõjul on võrdne ja vastassuunaline, st süsteemi esialgne summaarne liikumishulk peab säilima. Muuhulgas võib näidata, et kahe keha impulss massikeskme suhtes on igal ajahetkel 0 ($m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0$).

Põrked on suvalised kahe või rohkema keha **lühiajalised kohtumised**. Põrgetel esinevad jõud on nii suured, et enamik teisi püsivalt mõjuvaid jõude võib lugeda olematuteks. Sellepärast võibki põrkuvaid kehi heas lähenduses käsitleda kui isoleeritud või suletud süsteemi ja rakendada neile liikumishulga jäävuse seadust.

Oletame nüüd, et põrge kestis Δt sekundit. Jagades Δt läbi saame siit edasi

$$m_1 \frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta v_2}{\Delta t}$$

$$F_1 = -F_2$$

Kas tunnete ära? See on ju **Newtoni III seadus: Mõju (jõud) on võrdne vastumõjuga (vastujõuga)**. Kui esimene keha mõjutab teist jõuga F siis teine keha mõjutab esimest jõuga $-F$. Tuletasime selle seaduse impulsi jäävuse seadusest. Newtoni III seadus on seega erijuht palju üldisemast impulsi jäävuse seadusest. Mõlemad seadused kehtivad nii siis, kui on olemas (näivalt) vahetu (lokaalne) kontakt kehade vahel kui ka vahetu kontakti puudumisel, näiteks gravitatsioonijõudude puhul.

Igasugune jõudude mõõtmine on vastastikmõjude mõõtmine. Ühepoolseid mõjusid pole olemas. Selles veendumaks piisab, kui käega vastu seina või muud massiivset eset lükata. Seda asjaolu väljendabki Newtoni III seadus.

See on üks väheseid kordi kus füüsikaseadus kehtib täiel määral ka sotsiaalsete nähtuste korral. Me kõik mõjutame üksteist vastastikku, sh õppejõud tudengeid ja tudengid tagasiside (näiteks eksamitulemuste või küsimuste) kaudu omakorda õppejõudu. Seepärast on nii eksamid kui ka teie jooksvad küsimused meile kõigile olulised.

Newtoni III seadusega seoses tekib alati rida raskeid küsimusi. Kui mõjuv jõud ja reaktsioon sellele jõule on võrdsed, kuidas siis saab näiteks kivi maast lahti kangutada? Siin tuleb endale selgeks teha, et jõud on küll võrdsed, kuid nad **mõjuvad erinevatele kehadele**. Konkreetselt kivi puhul mõjutame me kivi ülespoole suunatud jõuga F_1 ja kivi omakorda meid samasuure, kuid allapoole suunatud jõuga $-F_1$. Edasi toetume me maapinnale mõjudes viimasele näiteks jõuga $-F_2$, maa meid omakorda ülespoole suunatud jõuga F_2 . Näeme, et meie kehale mõjub kaks jõudu: üks,

$-F_1$, suunaga allapoole ja teine, F_2 , ülespoole. Kui nüüd $F_2 > F_1$, siis kivi tõusebki. Kui tuge ei oleks, ei tõuseks kivi sentimeetritki (Münchhauseni efekt).

Kahe keha vastastikmõjul saavad mõlemad võrdse jõu mõjul kiirenduse pöörvõrdeliselt nende kehade massiga:

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2 \text{ ehk } \frac{m_1}{m_2} = -\frac{a_2}{a_1}.$$

Kui masside erinevused on väga suured (nt Maa ja tema ümber tiirlev sputnik), siis on massiivsema keha kiirendus praktiliselt olematu võrreldes kergema keha kiirendusega. Seepärast sellistes ülesannetes tavaliselt sputniku mõju Maale ei arvestatagi (mis aga pole päris korrektne).

Põrgetel kehad üldjuhul vahetavad mitte ainult **impulssi**, vaid ka **energiat**. Sõltuvalt põrkuvate kehade elastsetest omadustest jagatakse põrked (piirjuhul) kas **elastseteks** või **mitteelastseteks**.

Elastne on põrge, mille järel kehad täielikult taastavad oma kuju. Kehade siseenergia seejuures ei muutu. Elastsel põrkel jääb seega nii kehade summaarne impulss kui ka nende summaarne kineetiline energia muutumatuks.

Absoluutselt **mitteelastseks** nimetatakse põrget, mille tulemusena peale põrget moodustub üks keha (pehmete kuulikeste põrge, molekulide moodustumine, hüpe liikuvasse vagunisse jne.). Mitteelastsel põrkel säilib küll summaarne impulss, kuid mitte kineetiline energia. Osa kineetilist energiat läheb kehade siseenergia muutmiseks.

Impulsi jäävuse seaduse (ja Newtoni kolmanda seaduse) rakendusi (Swartz, Goldfarb, lk76)

(i) Põrkeeksperimente kasutatakse laialdaselt elementaarosakeste massi jt parameetrite leidmiseks.

(ii) Reaktiivliikumine

$$\text{Püssi/haubitsa jne tagasilöök } 0 = m_{\text{püss+laskja}} v + m_{\text{kuul}} V$$

Igal ajamomendil paiskab reaktiivmootor suhteliselt väikest kütuse massi suure kiirendusega tahapoole, selle tulemusena liigub rakett kui suurem mass väiksema kiirendusega vastassuunas. **Küsime, kas on võimalik, et rakett liigub kiiremini, kui temast väljuvad gaasid (~1000 m/s)?** On küll! Gaaside väljumise kiirus on kiirus raketi (tema korpse) suhtes. Iga sellise kiirusega ports Δv lisab raketi kiirusele

$$\Delta V, \text{ mis võrdub } \Delta V = -\frac{m}{M} \Delta v. \text{ Nagu tulistaks kuulipilduja raketi}$$

sabas. Kuulid väljuvad rauast ühesuguse kiirusega. Iga kuuliga viiakse süsteemist välja väike impulss mv . Et koguimpulss säiliks, peab kuulipilduja samasuguse impulsi vastassuunas liikuma. Neid väikesi portse summeerides võib kuulipilduja/raketi kiirust väga suureks kasvada. Tekkinud kineetiline energia saadakse raketi kütuse siseenergia arvelt. Samal põhimõttel töötavad reaktiivmürsud (katjuushad).

Ka lindude lendamine (ja isegi loomade või inimese ujumine) on sisuliselt reaktiivliikumine, sest teist võimalust kui Newtoni III seaduse abil õhust raskemal kehal õhus (veest raskemal kehal vee peal) püsimiseks ei ole. Lind lükkab tiibadega õhku allapoole, mõjutades õhumassi jõuga ja andes õhule allapoole liikumise kiirenduse, samal ajal vastujõud tõukab lindu ülespoole. Linnu lennates peab tiibade lehvitamisest tekkiv ülespoole suunatud jõud võrduma raskusjõuga, nii et jõud vastastikku kompenseerivad üksteist ja lind lendab konstantsel kõrgusel. Matemaatiliselt, $m_1 g = -m_2 a$, kus m_1 on linnu ja m_2 tiibade all liikuma pandud õhu mass ning a on viimasele antud kiirendus. Siit on ka näha, et suuremaid tiibu tuleb lennates aeglasemalt lehvitada. Tegelikult on linnu lennufüüsika keerulisem. Vaja on ka horisontaalsuunalist kiiruse komponenti. Tänu tiiva erilisele ristlõikele tekib seejuures täiendav üleslükkejõud, sama nagu tavalennukitel.

Ülesandeid

Paadist kaldale hüpates tõukate paati kaldast eemale. **Kumb liigub hüppe (tõuke) lõpuks kiiremini, teie kalda poole või paat kaldast eemale?**

Pall kukub käest põrandale ja pörkub sealt elastselt tagasi. **Kui suur impulss anti edasi põrandale? Näita, et impulsi jäävuse seadus kehtib.**

Näita, et võrdsete massidega kuulid elastselt pörkudes lahknevad 90 kraadise nurga all.

4.4. Veelkord ringliikumisest. Kesktõukejõud ja kesktõmbejõud

Kinemaatikas me rääkisime küll kestõmbekiirendusest, kuid mitte selle kiirenduse põhjustest. Keha liigub ringikujulist trajektoori mööda tänu jõule, mis tõmbab teda keskpunkti suunas. See on **kesktõmbejõud ehk tsentripetaaljõud**. Kesktõmbejõu põhjuseks võib olla gravitatsioon (Maa tiirlemine ümber Päikese), elektriväli (elektroni tiirlemine ümber tuuma) või vahetu mehaaniline side (nõör mis ühendab lingukivi käega, tsentrifugaalpumba korpus, mis suunab vedeliku ringtrajektoorige). Aga ega nendes mehaanilistes kehadiski toimi lõppkokkuvõttes muud kui elektrilised jõud.

Kesktõmbejõuga võrdne aga vastassuunaline on **kesktõukejõud ehk tsentrifugaaljõud**. Kesktõukejõud ringliikumisel avaldub sama valemiga, mis kesktõmbejõudki, kuid on suunatud piki raadiust väljapoole

$$F = m\omega^2 r .$$

Nurkkiirus ω seostub ringjoonel toimuva joonkiirusega järgmiselt:

$v = r\omega$ ehk $\omega = v/r$, millest saame

$$F = \frac{mv^2}{r} .$$

Kesktookejõud ei ole mingi eriline uus jõud, vaid sellesama kesktõmbejõu avaldumine **kiirendusega liikuvast taustsüsteemis**. Kui vaatame kurvis sõitvat autot ülevalt, siis on selge, et autole mõjub kurvi tsentrisse suunatud jõud, mis tema liikumise trajektoori muudab. Ki aga istume kaassõitjana autos, siis tunneme, kuidas mingi jõud (kesktookejõud) meid auto kurvivälise ukse vastu srub. Kesktookejõud tekib keha inertsitõttu, tema püüdest säilitada oma sirgjoonelist liikumisolekut, mis ringjoonelisel liikumisel on igal ajahetkel suunatud ringjoone puutujat mööda (näide Newtoni I seaduse kehtivusest).

Tsentrifugaaljõu **praktilise rakenduse** näiteks võiks olla tsentrifugaalpumbad ja ventilaatorid. Kuidas muutub ventilaatori ja tsentrifugaalpumba arendatav rõhk mootori pöõretest? Nende küsimustega tutvume ülesandeid lahendades.

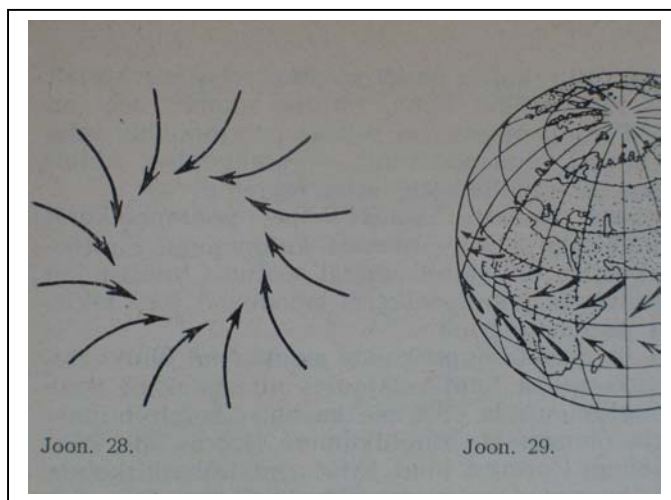
Maa pöõrlemisest (mis tähendab, et Maa ei ole inertsiaalsüsteem) tingitud inertsinähtusi

(i) Näiteks võib arvutada, kui suur on 100 kg-se mehe kaaluvahe poolusel ja ekvaatoril? Maakera raadius on 6400 km. Nurkkiirus on 7.27×10^{-5} radiaani sekundis, joonkiirus ekvaatoril 0.46 km/s (vrd ümber Päikese tiirlemise joonkiirusega, mis on ~30 km/s). Asendades need väärtused valemisse saame $F = 100 \cdot (7.27 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6.4 \cdot 10^6 \sim 3.2$ N. Poolusel kaalub 100 kg 981 N. Suhteline kaalu kahanemine on $3.2/981 = 0.0032$ ehk 0.32%. Meie laiuskraadil (60 kraadi põhjalaiust) on see suhe veel umbes poole väiksem.

(ii) Objektid, mis langevad teatud kõrguselt maale (v.a. poolustel) nihkuvad veidi **itna** (~3.2 cm 100 m kõrgusest tornist visatuna). Põhjus on selles, et torni otsa joonkiirus on veidi suurem kui torni alusel.

(iii) **Focoulti pendli** (võib näha nt Tähe tn füüsikahoones) võnketasand, mis säilib maailmaruumis, muutub Maa pöõrlemise tõttu maapinna suhtes. **Kus on efekt suurim, poolustel või ekvaatoril?**

(iv) **Coriolise efekt:** Vabalt liikuv objekt, millel on maa pöõrlemisteljega ristiolev kiiruse komponent kaldub oma teest kõrvale suunas $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$. (Siin on



nii kulg- kui pöõrdliikumise kiirust käsitletud vektorina. Viimane on pöõrlemisteljega samasuunaline ning sihib kruvireeglga määratud suunas.) Selle tulemusena on **põhjapoolkeral** piki meridiaani voolavatel jõgedel järsk **paremkallas** ja **lõunapoolkeral** vastupidi, järsk **vasakkallas**.

Efekt mõjutab tugevasti ka globaalsete vee- ja õhumasside

(tsüklonite) liikumist ja on tähtis meteoroloogia seisukohalt. **Tsüklonid** tekivad sellepärast, et õhumassid liikudes madalrõhkonna tsentri suunas kalduvad põhjapoolkeral paremale ning moodustavad keerise.

(iv) Tuleb arvestada ka ballistikas, kosmose- ja raketitehnikas. Näiteks ainult pooltelt vertikaalselt üleslennutatud rakett tundub maapeal olijatele tõepoolest otse õhku tõusvat. Igal pool mjal näib tema trajektoor vertikaali suhtes üha enam viltu kalduvat.

Üldistus

Jõud kui energiavälja ruumilise muutumise kiirus

Potentsiaalse energiaga seotud jõud

Potentsiaalse energia graafiku kalle määrab keha tendentsi muuta oma asendit.

Sama tendentsi me tavaliselt seostame jõuga. Defineerime nüüd üsna meelevaldselt, et $F = -\frac{\Delta E_p}{\Delta x}$.

Ühik J/m=N. Jõud on siin avaldatud potentsiaalse energia kaudu, mitte nii nagu seda traditsiooniliselt tehakse. See ebatraditsiooniline lähenemine vastab paremini kaasaegse füüsika tendentsidele, kus energiaväljad ja energianivood omavad palju fundamentaalsemat tähendust, kui jõud ja jõuväljad. See lähenemine osutub ka märksa ülevaatlikumaks nende küsimuste käsitlemisel, mille juurde me selles kursuses veel tuleme.

Mida see valem näitab? Keha hakkab liikuma potentsiaali vähenemise suunas valides kõikidest võimalikest suundadest selle, mis suunas mõjub suurim jõud. Raskusjõud $F=mg$; deformatsioonijõud $F=-kx$ (Hooke'i seadus).

Kineetilise energiaga seotud jõud

Kasutades sama algoritmi arvutame kineetilise energia ruumilise

muutumise kiiruse $F = -\frac{\Delta\left(\frac{Mv^2}{2}\right)}{\Delta x} = -\frac{\Delta E_k}{\Delta x}$.

Edasi arutledes saame
$$\frac{\Delta E_k}{\Delta x} = \frac{\frac{Mv_f^2}{2} - \frac{Mv_0^2}{2}}{\Delta x} = \frac{\frac{M(v_0 + \Delta v)^2}{2} - \frac{Mv_0^2}{2}}{\Delta x} =$$

$$\frac{Mv_0 \Delta v + \frac{1}{2} M \Delta v^2}{\Delta x} \Rightarrow \frac{Mv_0 \Delta v}{\Delta x}$$

Viimane avaldus kehtib vaid väikeste v muutuste jaoks. Asendades seal

$$v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ saame } \frac{\Delta E_k}{\Delta x} = \frac{Mv_0 \Delta v}{\Delta x} = M \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\Delta v}{\Delta x} = M \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Ja lõpptulemusena
$$F = -\frac{\Delta E_k}{\Delta x} = -\frac{\Delta p}{\Delta t} = -\frac{M \Delta v}{\Delta t}$$

Viimane valem annab jõu definitsiooni kineetilise energia muutuse kaudu. Näeme, et **väikesel teepikkusel Δx aset leidev kineetilise energia muutus võrdub impulsi muutusega ajavahemiku jooksul, mis kulus selle vahemaa läbimiseks.**

Kui auto sõidab vastu puud, siis auto kineetiline energia liigutab plekke paigast ja murrab sõitjate luid. Kui suur on jõud, kui 1 tonnine auto sõidab kiirusega 100 km/h vastu seina ja peatub lõmastades oma nina 1 m ulatuses? **NB! Auto kiiruse suurenemisel kaks korda suureneb kineetiline energia neli korda!** Niisugustel deformeerivatel põrgetel muundub kineetiline energia peamiselt molekulide soojusenergiaks (mis on siseenergia kineetiline komponent).

Kuivõrd tuletasime jõu valemi välja gradiendi kaudu nii kineetilise kui ka potentsiaalse energiakomponendi korral, siis võime järeldada, et see valem kehtib üldiselt:

$$F = -\frac{\Delta E}{\Delta x}$$

$$F = -\text{grad}E$$

Energiaväljas mõjub kehale välja kahanemise suunaline jõud. Jõud on seda suurem, mida kiiremini väli ruumis muutub.

Etteruttavalt vihjame, et kehtib sügav analoogia raskusjõu (mille **massilaeng** on m) ja selle jõu vahel, mis mõjub elektrilisele laengule q elektriväljas:

$$F = ma_g$$

$$F = qE$$

Asi ei ole mitte valemite formaalses sarnasuses. Sisuline põhjus seisneb selles,

$$E = k_e \frac{Q}{r^2}$$

et elektrivälja tugevus sõltub kaugusest samuti nagu gravitatsiooniväli

$$a_g = k_g \frac{M}{r^2}$$